Valós analízis 4 gyakorlat, 2015. május 15.

1. Legyen $f : C \to [0,1]$ a Cantor-függvény. Tetszőleges $H \subset [0,1]$ Borel-halmazra legyen $\mu_1(H) = \lambda(f(H \cap C))$, $\mu_2(H) = \lambda(f^{-1}(H))$ és $\mu_3 = \mu_1 + \mu_2$. A μ_1, μ_2, μ_3 és λ mértékek közül melyik melyikkel szinguláris, illetve melyik melyikre nézve abszolút folytonos? Mi a μ_i függvényeknek a Lebesgue-mértékre vonatkozó Lebesgue-felbontása? Mi a Lebesgue-mérték μ_i-re vonatkozó Lebesgue-felbontása?

2. Mutassunk példát folytonos szinguláris Borel-mértékre.

3. Konstruáljunk szigorúan növekvő, szinguláris függvényt $[0,1]$-en.

4. Létezik-e $[0,1]$-en megszámlálhatónál több, páronként szinguláris folytonos Borel-mérték?

5. Igazoljuk, hogy minden korlátos változású $[a.b] \to \mathbb{R}$ függvény majdnem egyértelműen előállítható egy abszolút folytonos és egy szinguláris függvény összegeként.

6. Igazoljuk, hogy ha a sűrűségi pont definíciójában a gömböt kockára cseréljük, akkor ekvivalens definíciót kapunk.

Korábbi feladatsorok itt: http://www.cs.elte.hu/~kosgeza/oktatas/2015tav-an4/
További gyakorló feladatok: http://etananyag.ttk.elte.hu/request.php?101