

1. Valós analízis gyakorlat, 2019. február 13.

Az előadás kurzustájékoztatója: <https://buczo.web.elte.hu/edu/mftaj201902.pdf>

Várható ZH időpontok: március 19. (előadás helyett, de külön időpontban, a haladó csoportokkal közös feladatsorral), május 15. (gyakorlaton).

Osztályozás: gyakorlati jegy $\approx \frac{2 \cdot Z_1 + 2 \cdot Z_2 + \bar{R} + P}{5} \pm M$, ahol Z_1 és Z_2 a két ZH pontszám, \bar{R} a 4-7 röpdolgozat átlaga a legrosszabb nélkül, P a megszerzett Pedál Medál Pirospontok száma, M az órai munka (a.k.a. pofafaktor). Javítási lehetőség: a pót ZH-n (várható időpont: december 19.).

A PM feladatokat a kitűzéstől számított 14 napon belül fogadom el.

A gyakorlatokon való részvétel kötelező. Ha valaki a gyakorlatoknak a harmadánál többről hiányzik, akkor nem kaphat gyakorlati jegyet.

1.1. A derivált definícióját használva adjuk meg $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x}$ deriváltját.

1.2. Deriváljuk a következő függvényeket:

$$(|x| + 1) \ln |x|; \quad 3x^2 \sin x - 2 \cos x + 1; \quad (x^{10} + x^2 + 1)^{100} \sin x^2$$

1.3. Legyen $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ ha $x \neq 0$, és legyen $f(0) = 0$. Hol differenciálható a függvény? Mi a deriváltja? Hol folytonos a derivált függvény?

1.4. A $8x + \cos x$ függvény szig. mon. nő. Mi az inverzének a deriváltja az 1-ben?

1.5. (a) Mutassuk meg, hogy $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$, $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$, $(\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$, $(\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$.

(b) Az inverz függvény differenciálási szabálya segítségével mutassuk meg, hogy

$$(\operatorname{ar} \operatorname{sh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}, \quad (\operatorname{ar} \operatorname{ch} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}, \quad (\operatorname{ar} \operatorname{th} x)' = \frac{1}{1 - x^2} \quad \text{és} \quad (\operatorname{ar} \operatorname{cth} x)' = \frac{1}{1 - x^2}.$$

(Ezeket a formulákat meg kell jegyezni!)

(c) Hogy lehetséges az, hogy $(\operatorname{ar} \operatorname{th} x)' = (\operatorname{ar} \operatorname{cth} x)'$??

1.6. Számítsuk ki a Csebisev-polinomok $(T_n(\cos t) = \cos nt$, illetve $U_n(\cos t) \sin t = \sin(n+1)t$) deriváltját az 1-ben. $T'_n(1) = ?$ $U'_n(1) = ?$

Házi feladatok

1.7. Deriváld a következő függvényt. (Ne rendezd. Csak deriváld.)

$$\frac{(x^2 + \cos x)(2 - \operatorname{cth} x)}{x^3 \operatorname{ar} \operatorname{th} x + 2}$$

1.8. Hol differenciálható az $f(x) = \frac{x}{|x| + 1}$ függvény? Mi a deriváltja?

1.9. Mutassuk meg, hogy a $x^2 = 4cy$ egyenletű parabola alakú tükör az y -tengellyel párhuzamos egyeneseket a $(0, c)$ fókuszponton keresztül veri vissza.