5. Valós analízis gyakorlat, 2019. február 27.

5.1. Hányadik deriváltról van szó?

(a) *„Csökkent az infláció növekedésének dinamizmusa.”* (Antall József miniszterelnök, 1992(?).)

(b) *„Lassult a gazdasági folyamatok növekedésének dinamikája.”* (Hegedűs Éva helyettes államtitkár, 2001.)

5.2. Legyen $f(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$. $f^{(20)}(2) = ?$

5.3. Határozzuk meg az $f(x) = \dfrac{x^2-6x+3}{x-3}$ függvény aszimptotáit.

5.4. Határozzuk meg az x^3-2x^2+x-2 függvény lokális szélsőértékhelyeit.

5.5. Függvényvizsgáljuk az $\dfrac{e^x}{1+x}$ függvényt.

5.6. (a) Igazoljuk, hogy az $x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{1+e^x}}$ függvény szigorúan konkáv a $(-\infty, 0)$ intervallumon.

(b) Bizonyítsuk be, hogy ha $0 \le a, b \le 1$, akkor $\dfrac{1}{\sqrt{1+a^2}} + \dfrac{1}{\sqrt{1+b^2}} \le \dfrac{2}{\sqrt{1+ab}}$.

5.7. (a) Igazoljuk, hogy ha f kétszer differenciálható a $[0,2]$ intervallumban, és $f(0) = f(1) = f(2) = 0$, akkor létezik olyan $\xi \in (0,2)$, amire $f''(\xi) = 0$.

(b) Igazoljuk, hogy ha f kétszer differenciálható a $[0,2]$ intervallumban, akkor létezik olyan $\xi \in (0,2)$, amire $f''(\xi) = f(0) - 2f(1) + f(2)$.

Házi feladatok

5.8. Melyik az egységgömbbe írható maximális térfogatú egyenes körkúp?

5.9. Függvényvizsgáljuk az $\sqrt[x]{x}$ függvényt.

5.10. Legyen $0 < x, y < \pi$. Melyik nagyobb: $\sin\sqrt{xy}$, vagy $\sqrt{\sin x \cdot \sin y}$? (Írjuk fel a Jensen-egyenlőtlenséget egy alkalmas függvényre.)

5.11. Igazoljuk, hogy ha f és g kétszer differenciálható a $[0,2]$ intervallumban, és g'' sehol sem 0, akkor létezik olyan $\xi \in (0,2)$, amire $\dfrac{f(0)-2f(1)+f(2)}{g(0)-gf(1)+g(2)} = \dfrac{f''(\xi)}{g''(\xi)}$.

Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál pirospontra beváltható) feladat

PM5.1. Az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény kétszer differenciálható, $f(0) = 2$, $f'(0) = -2$ és $f(1) = 1$. Igazoljuk, hogy létezik olyan $\xi \in (0,1)$ valós szám, amire $f(\xi) \cdot f'(\xi) + f''(\xi) = 0$. (Beadható március 13-ig)

A korábbi feladatsorok itt: http://kosgeza.web.elte.hu/oktatas/2019tavasz-an2i/
További gyakorló feladatok: http://mat-peldatar.elte.hu