14. Valós analízis gyakorlat, 2019. április 5.

Határozott integrálok kiszámítása előtt előbb mindig becsüljük meg az eredményt! Milyen végeredményt hiszünk el?

14.1. (a) Bontsuk parciális törtekre a „határozatlan együtthatók” módszerével.
(b) Bontsuk parciális törtekre gyök behelyettesítésével.

$$\frac{1}{x^5-5x^3+4x} \qquad \frac{x^4}{x^3+x}$$

14.2.

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x^4+x^2+1} \quad \int \frac{\mathrm{d}x}{(x^2+x+1)^2} \quad \int_1^2 \frac{e^x+2}{e^x+e^{2x}}\,\mathrm{d}x \quad \int_0^{10\pi} \frac{\mathrm{d}x}{1+3\cos^2 x} \quad \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x+\sqrt{x^2+x+1}}$$

Házi feladatok

14.3.

$$\int_0^1 \frac{x}{x^4+x^2+1}\,\mathrm{d}x \quad \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{e^x+1} \quad \int_0^1 \frac{8^x}{4^x+1}\,\mathrm{d}x \quad \int_{5\pi/4}^{7\pi/4} \frac{\mathrm{d}x}{\sin x} \quad \int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}x}{\cos^4+\sin^4 x} \quad \int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2+2x-1}}$$

14.4. Definiáljuk tetszőleges f folytonos függvény n-edik integrálfüggvényét így:

$$J_0 f(x) = f(x); \qquad J_{n+1} f\ (x) = \int_{t=0}^{x} f_n(t)\,\mathrm{d}t.$$

Keress olyan φ_n függvényt, amire tetszőleges f folytonos függvény, pozitív egész n és pozitív valós x esetén

$$J_n f\ (x) = \int_0^x f(t)\cdot\varphi_n(x-t)\,\mathrm{d}t.$$

Szorgalmi feladatok — ha valaki unatkozik

14.5.

$$\int \operatorname{ar\,cth} x\,\mathrm{d}x \quad \int_0^{\pi^2} \sin\sqrt{x}\,\mathrm{d}x \quad \int \frac{e^x}{1+e^x}\,\mathrm{d}x \quad \int \frac{x}{x^2-1}\,\mathrm{d}x \quad \int \left(\operatorname{arc\,sin}\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$$

$$\int \operatorname{arc\,tg} x\,\mathrm{d}x \quad \int \frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \quad \int_{1/\pi}^{2/\pi} \frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x \quad \int_a^b \sqrt{(x-a)(b-x)}\,\mathrm{d}x \quad \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$$

A korábbi feladatsorok itt: http://kosgeza.web.elte.hu/oktatas/2019tavasz-an2i/
További gyakorló feladatok: http://mat-peldatar.elte.hu