

### 3. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. február 27/március 1.

- 3.1. (a) Van-e valós értéke  $(-1)^i$ -nek?  
(b) Számítsuk ki  $\log(1+i)$  összes értékét.
- 3.2. Ábrázoljuk a síkon a következő halmazt:

$$\left\{ e^z : 0 < \operatorname{Re} z < 1, 0 < \operatorname{Im} z < \frac{\pi}{2} \right\};$$

- 3.3. Hogy viselkednek az  $e^{iz}$ ,  $\sin z$ ,  $\operatorname{tg} z$  függvények, ha  $\operatorname{Im} z \rightarrow \pm\infty$ ?
- 3.4. Hova képezi a komplex szinuszfüggvény a következő halmazokat?

$$\left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]; \quad \{yi : y \in [0, \infty)\}; \quad \left\{ \frac{\pi}{2} + yi : y \in [0, \infty) \right\}; \quad \left\{ x + yi : x \in (0, \frac{\pi}{2}), y \in [0, \infty) \right\}$$

- 3.5. Legyen  $\Gamma$  az  $\operatorname{Im} z = (\operatorname{Re} z)^2$  parabola 0 és  $1+i$  közötti íve. Számítsuk ki a következő integrálokat:

$$\int_{\Gamma} z^2 dz; \quad \int_{\Gamma} z^2 \overline{dz}; \quad \int_{\Gamma} |z^2| \cdot \operatorname{Im} dz.$$

Melyik integrál esetében alkalmazható a Newton-Leibniz szabály?

#### Házi feladatok

- 3.6. Van-e határértéke az  $e^{-1/z^4}$  függvénynek a 0-ban?
- 3.7. Ábrázoljuk  $(1-i)^i$  értékeit.
- 3.8. Hogy viselkednek a  $\cos z$ ,  $\operatorname{ctg} z$  függvények, ha  $\operatorname{Im} z \rightarrow \pm\infty$ ?
- 3.9. Ábrázoljuk a síkon a következő halmazt:

$$\left\{ \cos z : 0 < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{2}, 0 < \operatorname{Im} z \right\}$$

#### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

**PM3.1.** Az ábrán látható kígyó mentén sétálunk, és figyeljük a  $\cos z$  irányának változását. Mekkora szöggel fordul el a  $\cos z$  iránya, miközben elsétálunk a 0-tól a  $(-\pi)$ -ig?

