

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.



## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.



## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.

## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.



## 8. Komplex függvénytan gyakorlat, 2019. április 10/12.

8.1.

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^{\alpha} + 1} = ?$$

(Integráljunk egy szög tartoány határán.)

8.2.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x dx}{x^2 + 1} = ?$$

(Integráljunk félkörön.)

8.3.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = ?$$

(Használjuk a  $\pi \operatorname{ctg}(\pi z)$  függvény pólusait.)

8.4.

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \frac{1}{11^3} + \dots = ?$$

(Használjuk az  $1/\cos(\frac{\pi}{2}z)$  függvény pólusait.)

8.5. A Rouché-tételből számoljuk ki, hogy hány gyöke van a  $2z^2 + 3z^2 - z$  függvénynek az egységkörben.

8.6. Legyen  $f(z)$  holomorf a zárt egységkörlemezen, a körvonalon nem 0.

(a) Mit állít elő az

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{f'(z)}{f(z)} \cdot z dz$$

integrál?

(b) Írjuk fel az  $f$  gyökeinek négyzetösszegét integrál alakban.

### Házi feladatok

8.7.

$$\int_0^{\infty} \frac{\log^2 x}{1+x^2} dx = ? \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x}{1+x+x^2} dx = ?$$

8.8.

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = ?$$

8.9. Hány gyöke van a  $\sin z = 2z^2$  egyenletnek az egységkörben?

8.10. Legyen  $a$  komplex szám,  $|a| = 3$ . Hány gyöke lehet (multiplicitással számolva) a  $z^4 + z^3 + az - 1$  polinomnak az  $1 < |z| < 2$  tartományon?

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM8.1. Az  $f$  függvény holomorf az  $a$  pont egy környezetében,  $f(a) = b$  és  $f'(a) \neq 0$ . Írd fel  $f$  lokális inverzét a  $b$  pont egy kis környezetében paraméteres integrál alakban:

$$f^{-1}(w) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|z-a|=r} \dots \dots \dots dz.$$

Vezesd le ebből is az inverz függvény folytonosságát és differenciálhatóságát.