Házi feladatok a szeptember 15-i komplex függvénytan gyakorlatra

- Tervezett órarendi módosítások:
  - Szeptember 8-án nem tartunk gyakorlatot, de lesznek házi feladatok a szeptember 15-i gyakorlatra.
  - November 5-én 10–12 között ZH (D-0-818 Soó Rezső terem), 12–14 között előadás (Déli ép 3. em új terem, a Turán terem mellett)
  - December 10-én 10–12 között ZH (D-0-818 Soó Rezső terem).
  - A két ZH közös a két csoportnak.
- Jelenlét, készülés:
  - A gyakorlaton a részvétel kötelező. Aki négynél többször hiányzik, nem kaphat gyakorlati jegyet.
  - A házi feladatok megoldása, de legalább alapos gondolkodás a feladatokon szintén kötelező.
- Számonkérés:
  - A két ZH-n kívül
  - Minden gyakorlat elején véletlenszerűen vagy írunk, vagy nem írunk röpdolgozatot az egyik házi feladatból. A röpdolgozatokra 0–6 pontot lehet kapni. Aki hiányzik, vagy lekési a dolgozatírást, annak a pontszáma 0.
  - Lesznek valamivel gondolkodtatóbb szorgalmi feladatok, amelyekkel Pedál Medál Pirospontokat lehet gyűjteni. Egy Pedál Medál Pirospont értéke 0,2 gyakorlati jegy, de ezek csak az elégséges osztályzat megszerzése után használhatók fel.
- Várható osztályozás:
  - A gyakorlati jegy
    $$\approx \frac{2\cdot Z_1 + 2\cdot Z_2 + \overline{R}}{5} + P\cdot 0,2,$$
    ahol $0 \le Z_1, Z_2 \le 7$ a két ZH pontszám, $0 \le \overline{R} \le 6$ a röpdolgozatok átlaga a legrosszabbul sikerült dolgozat nélkül, P a megszerzett Pedál Medál Pirospontok száma.
  - Javítási lehetőség: a pót ZH-n, ami a rosszabbul sikerült vagy elmulasztott ZH helyett számít.
- További gyakorló feladatok: Fehér–Kós–Tóth: Analízis feladatgyűjtemény II, `http://etananyag.ttk.elte.hu/request.php?101`

0.1. $(1+\sqrt{3}i)^{30} = ?$ $\quad \sqrt[3]{i} = ?$ $\quad \sqrt[4]{i} = ?$

0.2. Ábrázoljuk azoknak a z komplex számoknak a halmazát, amikre

$$(a)\quad \left|\frac{z-1}{z+1}\right| = 1; \qquad (b)\quad \left|\frac{z-1}{z+1}\right| = 2; \qquad (c)\quad \arg(z+1) \equiv \arg(2z-i) \pmod{2\pi}.$$

0.3. Írjuk fel képlettel az $1+i$ pont körüli 45 fokos, pozitív irányú forgatást.

0.4. Írjuk fel képlettel a 2, i pontokat összekötő egyenesre való tükrözést.

0.5. Jól ismerjük, hogy az $\binom{n}{0}+\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\ldots$ $\binom{n}{1}+\binom{n}{3}+\binom{n}{5}+\ldots$ összegeket kiszámíthatjuk az $(1+1)^n$ és $(1-1)^n$ hatványoknak a binomiális tétel szerinti kifejtéséből.

$$\binom{60}{0}+\binom{60}{3}+\binom{60}{6}+\ldots+\binom{60}{60} = ? \qquad \binom{60}{1}+\binom{60}{4}+\binom{60}{7}+\ldots+\binom{60}{58} = ?$$

Szorgalmi (Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat, írásban beadható szept. 26-ig

PM 0. Legyen $p(z)$ nem konstans, komplex együtthatós polinom. Bizonyítsd be a következő állításokat!

(a) Ha p minden gyökének nemnegatív a valós része, és $\operatorname{Re} z < 0$, akkor $\operatorname{Re} \dfrac{p'(z)}{p(z)} < 0$.

(b) Ha $p(z)$ gyökei a $\operatorname{Re} z \ge 0$ félsíkba esnek, akkor $p'(z)$ gyökei is.

(c) (Gauss-Lucas tétel) Ha $p(z)$ nem konstans komplex polinom, akkor p gyökeinek konvex burka tartalmazza p' gyökeit.