11. KFT gyakorlat, 2024. április 29. 14^{00}–15^{30}

11.1. Képezzük le konforman az egységkör belsejére az alábbi tartományokat

1. $Imz > 0$
2. $Imz > 0 \cap Rez > 0$
3. $0 < Imz < \pi$
4. $\mathbb{C} \setminus [0, \infty)$
5. $\mathbb{C} \cup \{\infty\} \setminus [-1, 1]$
6. $B(0,1) \cap Imz > 0$
7. $B(0,1) \setminus [0,1)$
8. $Imz > 0 \setminus [0, i]$
9. $B(0,1) \setminus \overline{B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})}$

11.2.

Képezzük le konforman egy koncentrikus körgyűrűre az alábbi tartományokat

1. $Imz > 0 \setminus \overline{B(2i, 1)}$
2. $B(0,3) \setminus \overline{B(1,1)}$

11.3.

Legyen $D \subset \mathbb{C}$ $D \neq \mathbb{C}$ egyszeresen összefüggő tartomány, $f : D \to D$ holomorf, $z_0 \in D$ olyan, melyre $f(z_0) = z_0$. Igazoljuk, hogy $|f'(z_0)| \leq 1$, továbbá egyenlőség akkor és csak akkor áll fenn, ha f konform bijekció D-n.

Szorgalmi feladat, írásban beadható az utolsó gyakorlatig

Sz 11. * Tegyük fel, hogy $f_n : B(0,1) \to \mathbb{C})$ konform és lokálisan egyenletesen konvergál egy $g : B(0,1) \to \mathbb{C}$ függvényhez. Mi lehet $g(B(0,1)))$, ha tudjuk, hogy

$$f_n(B(0,1)) = B(0,1) \setminus \left(\left[\frac{-n+1}{n}, 1 \right] \cup \left[\frac{n-1}{n} i, i \right] \right)?$$