

Komplex függvénytan pót- és javító ZH, 2024. május 21.

A dolgozat az elmulasztott vagy rosszabbul sikerült ZH-t helyettesítheti.

Mindegyik lapra írd rá a nevedet.

Minden feladat legfeljebb 1 pontot ér. Részpontoszám is kapható. A dolgozatra kapott osztályzat körülbelül az összpontoszámmal egyezik meg. A feladatok nem feltétlenül nehézségi sorrendben következnek.

Törekedj a rendezett, világos, jól olvasható leírásra. (Csak arra adunk pontot, amit nagyító nélkül is el tudunk olvasni.) Végeredmény közlése önmagában nem elegendő, megfelelő indoklás szükséges. Minden lényeges lépést le kell írni.

Semmilyen segédeszköz sem használható, számológép sem.

1. Mi legyen az A, B konstansok értéke, hogy az

$$x^5 y + Ax^3 y^3 + Bxy^5$$

függvény harmonikus legyen?

2. Mi az $f(z) = \sin z + 2 \cos z$ függvény értékkészlete \mathbb{C} -n?

3. Írjuk fel a az

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 4z + 3}$$

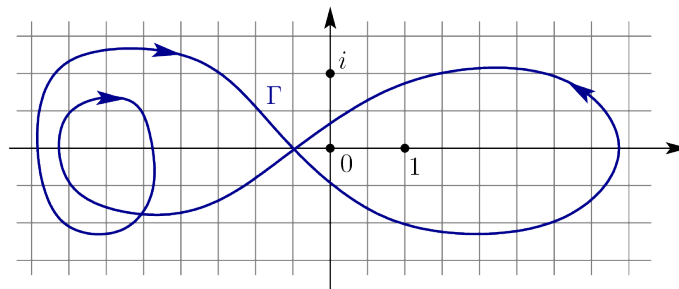
függvénynek azt az 1 körüli Laurent-sorát, amely konvergens a $3i$ pontban. Hol állítja elő a Laurent-sor a függvényt?

4. Van-e olyan $f : B(0, 1) \rightarrow \mathbb{C}$ holomorf függvény, melyre

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \arg\left(f\left(\frac{1}{2n}\right)\right) = (-1)^n?$$

5.

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{dz}{z^2 \cdot \cos z} = ?$$



6.

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 + 1} dx = ?$$

(A végeredményben ne legyenek komplex számok.)

7. Írjunk fel (képlettel) konform megfeleltetést az $\left\{z : |z| < 1, 0 < \arg z < \frac{\pi}{2}\right\}$ negyedkör és az egységkör között.