

Elemi matematika gyakorlat, 2015. november 10.

1. Andrásnak van három dobókockája. Az elsőn a 1,4,4,4,4,4, a másodikon a 2,2,2,5,5,5, a harmadikon a 3,3,3,3,3,6 számok szerepelnek. A kockák közül Béla választ egyet, utána pedig András választ a maradék kettő közül. Mindketten dobnak a saját kockájukkal, Az nyer, aki nagyobbat dob. Kinek kedvez ez a játék?
2. Hány tagú társaságban lesz legalább $1/2$ valószínűséggel két olyan személy, akinek ugyanazon a napon van a születésnapja?
3. A *Ki nevet a végén?* játékban akkor indulhatunk el a bábunkkal, amikor először hatost dobunk. Átlagosan hanyadik körben indulunk el?
4. Egy osztályban kisorsolják, hogy ki kit ajándozzon meg. Felírják a neveket egy-egy papírra, és mindenki húz egyet. Mekkora a valószínűsége annak, hogy senki sem húzza saját magát?
5. Egy-egy cédulára felírtuk az 1, 2, 3, illetve 4 számokat. Anna kihúz egy cédulát a négy közül, majd visszateszi a többi közé. Ezután Zsófi húz ki egy cédulát, majd visszateszi és ismét Anna következik stb. A kihúzott számot mindig hozzáadják az addig kihúzott számok összegéhez. Az nyer, akinek a húzása után először lesz az összeg 3-mal osztható. Mennyi a valószínűsége, hogy Anna nyer?
6. Három hajótörött mindegyike egy-egy órát tölt (egyhuzamban) egy szigeten ma délután valamikor 5 és 9 óra között (véletlenszerűen). Ha hármuk közül pontosan kettő fél óránál hosszabb ideig egyszerre tartózkodik ott, akkor viszály tör ki. Mekkora a valószínűsége annak, hogy békében telik el a mai nap?
7. Szindbád megmentette a kalifa életét, és ezért jutalmul feleségül veheti a kalifa egyik háremhölgyét. A háremhölgyek sorban elvonulnak Szindbád előtt, egyszerre csak egy háremhölgy jelenik meg. Szindbád minden háremhölgy szépségét össze tudja hasonlítani az előzőleg megjelentekkel, és egyértelműen meg tudja állapítani, hogy az eddig látott háremhölgyek közül ki a legszebb. Egy éppen megjelent háremhölgyről megjelenése után azonnal el kell döntenie, hogy őt akarja-e feleségül venni, és ezt a döntést később nem változtathatja meg. Szindbád tudja, hogy a kalifának hány háremhölgye van, viszont semmit nem tud arról, hogy a még nem látott háremhölgyek milyen szépek. A háremhölgyek véletlen sorrendben jelennek meg, és minden sorrend egyforma valószínű. Szindbád szeretné a legszebb háremhölgyet választani. Milyen stratégiával tudja ezt a lehető legnagyobb valószínűséggel elérni, és mekkora ez a valószínűség?
8. András és Béla egyszerre felmutatják 1 vagy 2 ujjukat (a kő-papír-ollóhoz hasonlóan). Ha ugyanannyit mutatnak, András nyer. Ha nem ugyanannyit, akkor pedig Béla. A győztes annyi forintot kap a vesztestől, mint ahány ujjukat összesen felmutatják. Igazságos-e ez a játék?

+1. Szindbád unokája, Lángoló Szemű André házasodik. A vendéglátó kalifa felajánlotta neki, hogy egy tradicionális, de azért nagyon szórakoztató játék keretében hozzáadja az egyik szépséges lányát. Egy ennyire nagylelkű ajánlatot bárdolatlanság lenne visszautasítani — az életébe kerülne — így belemegy a játékba. Sajnos André még soha egyik lányt sem látta, csak annyit tud, hogy a kalifának 365 lánya van.

A játék szabályai a következők. A következő évben a kalifa minden reggel elbújtatja az egyik lányát a Szabadság-tér valamelyik bokra alatt. Azt, hogy a lányok milyen sorrendben jönnek, teljesen véletlenszerűen választja ki. Andrének minden délelőtt 10 és 11 között fütyörészve, zsebre dugott kézzel körbe kell sétálnia a téren. Amikor André mellé ér, a lánynak elő kell ugrania a bokorból, és fennhangon kiáltania kell: *Bunge-Bunge vagy halál?* Andrének ekkor végleges, visszavonhatatlan IGEN-t vagy NEM-et kell mondania. Ha valakinek igent mond, ott helyben összeadják őket, és a játék véget ér.

André hallott róla, hogy nagyapja, a szintén világotató Szindbád nagyon hasonló játékot nyert meg az akkori uralkodó udvarában. Szindbád maximalista volt, és mindig mindenből a legjobbat akarta; ebben a játékban is arra törekedett, hogy a legszebb lányt, Nagy Ő-t válassza ki. Szindbád stratégiája az volt, hogy az első néhány lánynak nemet mondott, és a többiek közül választotta az első olyat, aki az összes korábbi lánynál szebb volt. Kiszámította, hogy Nagy Ő megtalálására a legnagyobb, körülbelül 36,87% esélye akkor van, ha az első 134 lánynak mond automatikusan nemet. Szindbádnak mázlija volt: sikerült Nagy Ő-t feleségül vennie.

De André arról is hallott, hogy a kalifa egy másik nevezetes vendége, Behrám herceg, aki megpróbálta Szindbád módszerét követni, hogyan járt pórul. A herceg esetében a legszebb lány a 129-edik volt a sorban, így nemet mondott neki és az utána következő összes többi lánynak is. Végül csak úgy kerülhetett el a lefejezést, hogy az utolsó napon sorra került, pelyhes állú Koncsítát vette feleségül.

Ezért André, hogy a siker esélyét tovább javítsa, azt a valamivel kisebb célt tűzi ki, hogy a három legszebb lány, Nagy Ő, Kis Ő és Félkövér Ő valamelyikét válassza ki. Stratégiája a következő: az évet négy évszakra osztja (tél, tavasz, nyár, ősz), ezek rendre X , Y , Z , illetve $365 - X - Y - Z$ nappól állnak. A téli időszakban hűvösen csak megfigyel, mindenkit ki fog kosarazni. Ha tavasszal olyan lánnyal találkozik, aki az összes korábbi lánynál szebb, annak igent fog mondani, a többieknek nemet. Nyáron akkor mond igent, ha a lánynál legfeljebb egy még szebbet látott korábban; végül ősszel akkor mond igent, ha az aktuális lánynál legfeljebb két szebbet látott már.

Hogyan válassza meg André X , Y és Z értékét, hogy a lehető legmagasabb valószínűséggel elérje célját? Mekkora az esélye arra, hogy Nagy Ő-t, Kis Ő-t, illetve hogy Félkövér Ő-t veszi feleségül?