

Elemi matematika gyakorlat, 2015. november 17.

1. Mit kapunk maradékkul, ha az x^{2001} polinomot elosztjuk $(x+1)^2$ -nel?

KöMaL

2. Legyen $q = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, és legyen $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ egy olyan függvény, amelyre tetszőleges pozitív egész n esetén

$$|f(n) - qn| < \frac{1}{q}.$$

Igazoljuk, hogy $f(f(n)) = f(n) + n$.

KöMaL

3. Az f polinomra teljesül, hogy $f(x^2+1) - f(x^2-1) = 4x^2+6$. Határozzuk meg az $f(x^2+1) - f(x^2)$ polinomot.

KöMaL

4. Határozzuk meg azon p, q pozitív prímeket, amelyekre az $x^4 + p^2x + q = 0$ egyenletnek van többszörös gyöke.

KöMaL, Besenyei Ádám

5. Egy nagy, önkiszolgáló raktárban rengeteg árut tárolnak legfeljebb 1 tonnás csomagokban. Van egy 3 és egy 4 tonnás teharautónk. Szerződést akarunk kötni, amelyben vállaljuk, hogy a raktárból egy fordulóval legalább N tonna árut szállítunk el. Mekkora N legnagyobb értéke?

KöMaL / Arany D.

6. Oldjuk meg az

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{2 - \sqrt{2 + x}}}$$

egyenletet.

KöMaL

7. Bergengóciában olyan az úthálózat, hogy a városok közötti utak nem ágaznak el, minden út két várost köt össze. Az úthálózat összefüggő, vagyis az utakon bármelyik városból bármelyik városba el lehetett jutni — legalábbis a múlt hétig. A világgazdasági válság és a gonosz IMF miatt ugyanis a bergengóc kormány változatos megújításszervezésekre kényszerült. Az Utazásról Leszoktató Minisztérium például a következőket rendelte el:

56789/2015/ULM rendelet a helyváltoztatás szabadságának megőrzéséről és védelméről

1.§ (a) Az ország mindegyik útját egyirányúsítani kell.

(b) Az utak irányát olyan módon kell megválasztani, hogy ne lehessen körbe utazni több város között.

Az intézkedés bevezetése ellen hevesen tiltakoztak a kukutyiniak, mert hozzájuk minden út befelé vezetett, és emiatt sehova nem tudtak utazni. A demonstráció vezérszónoka Mariska néni volt, aki az unokahúga nagybátyja sógorának a régi kollégiumi szobatarását szerette volna meglátogatni Alsómocsoládon. A tiltakozások eredményeként a minisztérium a következővel egészítette ki a rendeletet:

2.§ (a) Minden héten, ha van olyan város, ahonnan csak kifelé vezet út, akkor ezek közül ki kell választani az egyiket, és az innen kifelé vezető utak irányítását meg kell fordítani.

(b) Az (a) pont rendelkezéseiben előírtaktól eltekintve, a többi út irányítása nem változik.

(a) Eljuthat-e valaha Mariska néni Kukutyinból Alsómocsoládra?

(b) Bergengóciában 25 város van, Kukutyinból Alsómocsoládra a legegyszerűbb útvonal Nekeresden, Csajágöröcsögén és Rákosszentborzasztón keresztül vezet. Mennyi idő alatt érhet Mariska néni Alsómocsoládra?