Alk.mat. KFT, 9. gyakorlat, 2015. november 16.

1. Adjuk meg az alábbi függvények összes izolált szingularitását, és nevezzük meg a szingularitások típusait.

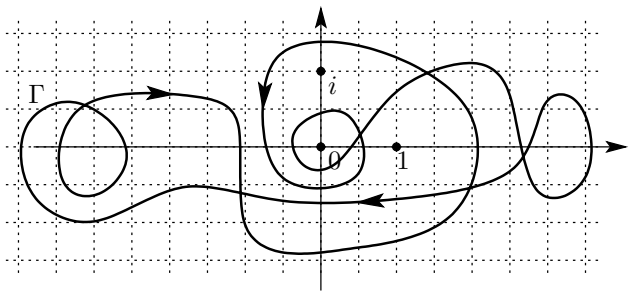
$$\frac{1}{z^2-3z+2} \qquad \frac{z}{\sin z} \qquad e^{1/z}$$

2. Számítsuk ki az alábbi reziduumokat:

$$\operatorname*{Res}_{z=0} \frac{\sin z}{z} \qquad \operatorname*{Res}_{z=0} \frac{1}{e^z-1} \qquad \operatorname*{Res}_{z=0} \frac{z^2+2}{e^z-1-z} \qquad \operatorname*{Res}_{z=0} \frac{\cos z}{\sin z - z}$$

3.

$$\int_\Gamma \frac{\operatorname{tg} z}{z^2+1} = ?$$



4. $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = ?$ $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\cos x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = ?$ $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x}\,\mathrm{d}x = ?$ $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{(\log x)^2}{x^3+1}\,\mathrm{d}x = ?$

Házi feladatok

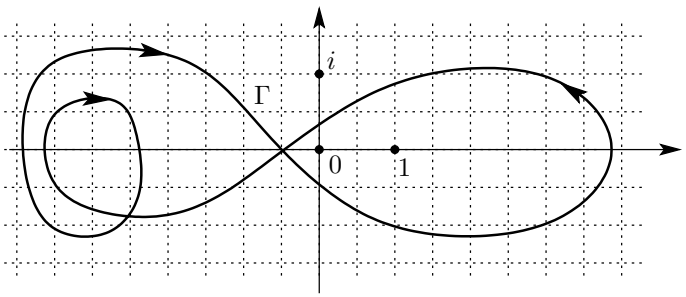
5. Adjuk meg az alábbi függvények összes izolált szingularitását, és nevezzük meg a szingularitások típusait.

$$\frac{1}{z^2-3z+2} \qquad \frac{z}{\sin z} \qquad e^{1/z} \qquad \frac{1}{e^{1/z}} \qquad \frac{1}{\sin(1/z)}$$

6. Mi a $\dfrac{\operatorname{tg} z}{1-\cos z}$ és a $\dfrac{e^z}{\operatorname{tg} z - \sin z}$ függvények reziduuma a 0-ban?

7.

$$\int_\Gamma \frac{\mathrm{d}z}{\cos z} = ? \qquad \int_\Gamma \frac{\mathrm{d}z}{\left(z-\frac{\pi}{3}\right)^2 \sin z} = ?$$



8. $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}x}{x^\alpha+1} = ?$ $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(x^2+1)^n} = ?$ $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{\log x\,\mathrm{d}x}{(x^2+1)^2} = ?$ $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{x^2+4}\,\mathrm{d}x = ?$

Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál pirospontra beváltható) feladat

PM11.

$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x\,\mathrm{d}x = ?$$