Alk.mat. KFT, ZH, 2015. december 7.

A-csoport

Mindegyik lapra írd rá a nevedet.

Törekedj a világos, jól olvasható leírásra. (Csak arra adok pontot, amit nagyító nélkül is el tudok olvasni.)

A feladatok nem feltétlenül nehézségi sorrendben következnek. A feladatok tetszőleges sorrendben kidolgozhatóak.

Minden feladat legfeljebb 1 pontot ér. Részpontszám is kapható. A dolgozatra kapott osztályzat körülbelül az összpontszámmal egyezik meg.

Végeredmény közlése önmagában nem elegendő, megfelelő indoklás szükséges.

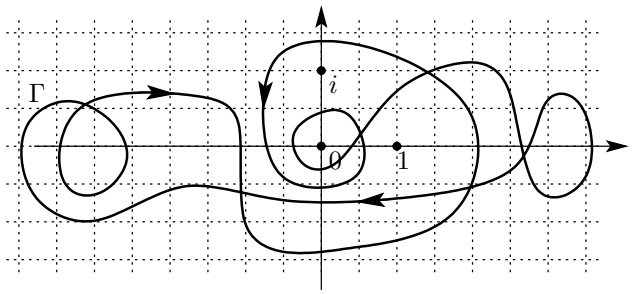
Semmilyen segédeszköz sem használható, számológép sem.

A1. Hány gyöke van a $2^z - 3z^4 - z$ függvénynek az egységkörben?

A2. Fejtsd Laurent-sorba az $f(z) = \dfrac{z^3}{(z+1)(z-2)}$ függvényt az $1 < |z-1| < 2$ tartományon.

A3. Ha az $f(z)$ egészfüggvényre $\arg f\left(\frac{1}{n^2}\right) = \cos\frac{1}{n}$, akkor mennyi lehet $\arg f(-1)$?

A4. Legyen f egészfüggvény. Fejezd ki $\displaystyle\int_\Gamma \frac{f(z)}{z^3\cos z}\,\mathrm{d}z$ értékét $f(0), f(\pi), f'(\pi/2)$ stb. segítségével.



A5. Legyen a pozitív valós szám.

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k^2+a^2} = ?$$

(A végeredményben nem lehetnek komplex számok!)

A6.

$$\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{x^3+1}\,\mathrm{d}x = ?$$

Alk.mat. KFT, ZH, 2015. december 7.

B-csoport

Mindegyik lapra írd rá a nevedet.

Törekedj a világos, jól olvasható leírásra. (Csak arra adok pontot, amit nagyító nélkül is el tudok olvasni.)

A feladatok nem feltétlenül nehézségi sorrendben következnek. A feladatok tetszőleges sorrendben kidolgozhatóak.

Minden feladat legfeljebb 1 pontot ér. Részpontszám is kapható. A dolgozatra kapott osztályzat körülbelül az összpontszámmal egyezik meg.

Végeredmény közlése önmagában nem elegendő, megfelelő indoklás szükséges.

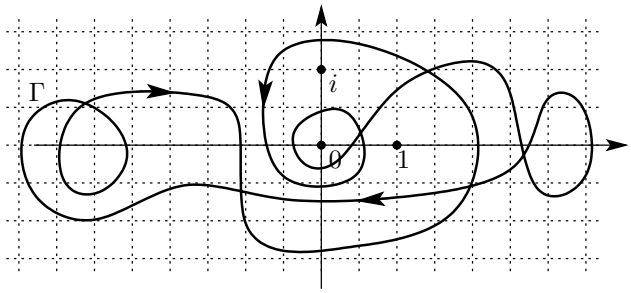
Semmilyen segédeszköz sem használható, számológép sem.

B1. Hány gyöke van a $\cos z = 2z^3$ egyenletnek az egységkörben?

B2. Fejtsd Laurent-sorba az $f(z) = \dfrac{z^3}{(z-1)(z+3)}$ függvényt az $1 < |z+2| < 3$ tartományon.

B3. Ha az $f(z)$ egészfüggvényre $\left|f\left(\frac{1}{n^2}\right)\right| = \cos\frac{1}{n}$, akkor mennyi lehet $|f(-1)|$?

B4. Legyen f egészfüggvény. Fejezd ki $\displaystyle\int_\Gamma \frac{f(z)}{z^2 \sin z}\,\mathrm{d}z$ értékét $f(0), f(\pi), f'(\pi/2)$ stb. segítségével.



B5. Legyen a pozitív valós, de nem egész szám.

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k^2 - a^2} = ?$$

(A végeredményben nem lehetnek komplex számok!)

B6.

$$\int_0^\infty \frac{\log x}{(x^2+1)^2}\,\mathrm{d}x = ?$$

http://www.cs.elte.hu/~kosgeza/oktatas/2015osz-kft-alkmat/

Fehér–Kós–Tóth: Analízis feladatgyűjtemény II., http://etananyag.ttk.elte.hu/request.php?101