1. Valós analízis gyakorlat, 2020. szeptember 8.

1.1. Megnyugtatásul közlöm, hogy hamisnak bizonyult a cáfolata annak a híresztelésnek, miszerint mégsem tévedés tagadni, hogy ha a gyakorlatvezető – a hírével ellentétben – mégsem egy szemét, akkor lesz olyan vizsgázó, akinek egyetlen valós analízis tétel bizonyítását sem kell tudnia ahhoz, hogy ne bukjon meg.

1.2. Bergengóciában minden repülni tudó állatnak van szárnya, és minden madárnak szárnya van. Melyik állítás igaz biztosan?

(a) Minden szárnyas állat tud repülni
(b) Minden madár tud repülni
(c) Néhány szárnyas tud repülni
(d) Minden szárnyas állat madár
(e) Több is biztosan igaz a fentiek közül
(f) Egyik sem igaz biztosan a fentiek közül
(g) Egyik sem igaz biztosan a fentiek közül
(h) Egyik sem igaz biztosan a fentiek közül

(„Az ország IQ-tesztje” c. tévéműsor nyomán)

1.3. Magyarázzuk meg a beszélgetést!

Kapitány: Elég lesz az üzemanyag a leszálláshoz, vagy lezuhanunk?
Számítógép: Igen.
Kapitány: Igen, de *MI*?!!
Számítógép: Igen, *Uram*.

(R. Smullyan: Mi a címe ennek a könyvnek?)

1.4. Az általános iskolai Logikai Készlet 48 műanyag lapocskából áll. A lapokat négy jellemző tulajdonság írja le: egy-egy elem mérete lehet kicsi vagy nagy; lehet sima vagy lyukas; a színe piros, sárga, kék vagy zöld; alakja kör, négyzet vagy háromszög. A tulajdonságok minden lehetséges kombinációja (pl. kicsi kék lyukas kör) pontosan egy lapocskára igaz.

Hány olyan x eleme van a készletnek, amelyre igaz, hogy
(a) x kicsi vagy lyukas vagy zöld?
(b) ha x kicsi, akkor lyukas vagy zöld?

1.5. Legyen n pozitív egész. Kizárólag `a`, `b` és `c` betűkből n hosszú "szavakat" (sorozatokat) készítünk.
(a) Összesen hány ilyen szó létezik?
(b) Ezek között hány olyan szó van, amelyben az `a`-betűk száma páros?
(c) Hány olyan szó van, amelyben a `b`-betűk száma páratlan?
(d) Hány olyan szó van, amelyben az `a`-betűk száma páros, **és** a `b`-betűk száma páratlan?

Házi feladatok

1.6. Tegyük fel, hogy

1. Nem mindenki hullamosó, aki szereti a spenótot;
2. Minden Fradi-szurkoló hullamosó, de legalábbis nem szereti a spenótot;
3. Vagy az igaz, hogy aki nem hullamosó, az Fradi-szurkoló, vagy pedig az, hogy aki hullamosó, az nem Fradi-szurkoló.

Következik-e a fentiekből, hogy aki szereti a spenótot, az nem Fradi-szurkoló?

(Pósa L.; KöMaL F. 2001., 1975. december alapján)

1.7. Hány olyan x eleme van a Logikai Készletnek, amelyre igaz, hogy
(c) ha x kicsi vagy lyukas, akkor zöld?
(d) ha x akkor és csak akkor kicsi, ha zöld?

1.8. Kizárólag `a`, `b` és `c` betűkből n hosszú szavakat készítünk.
Hány olyan szó van, amelyben az `a`-betűk száma páros, **vagy** a `b`-betűk száma páratlan?

Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

PM1.1. A derékszögű koordinátarendszerben bizonyos rácspontokat megmérgeztek úgy, hogy tetszőleges n-re az $x + y \leq n$ tartományban legfeljebb n mérgezett pont van. Egy bolha az origóból indulva ugrál, mindig vagy a $(0, 1)$, vagy az $(1, 0)$ vektorral ugrik. Bizonyítsuk be, hogy létezik olyan végtelen hosszú útvonal, amin elkerülheti a mérgezett pontokat.