2. Valós analízis gyakorlat, 2020. szeptember 9.

2.1. Tagadjuk a következő állításokat.

(a) Minden holló fekete.

(b) Ha a nagymamámnak kerekei volnának, és csilingelne, ő lenne a 6-os villamos.

(c) Mindenki más hülye, csak én vagyok helikopter.

2.2. (a) Miben tartunk egy mindent feloldó folyadékot?

(b) Mi történik, ha egy mindent elsöprő erő leküzdhetetlen akadállyal kerül szembe?

(Moldova Gy.: Pályázat)

2.3. Melyik állítás igaz?

1. Ebben a téglalapban mindkét állítás hamis.
2. Én vagyok a Mikulás.

2.4. $A_1, A_2, \ldots$ logikai állítások (tehát mindegyik vagy igaz, vagy hamis). Mit mondhatunk, ha

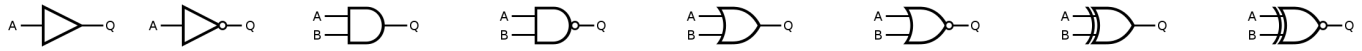
(a) $A_1 \wedge \big(\forall n \in \mathbb{N}\ (A_n \Rightarrow A_{n+1})\big)$?

(b) $A_1 \wedge \Big(\forall n \in \mathbb{N}\ \big(A_n \Rightarrow (A_{n+1} \wedge A_{n+2})\big)\Big)$?

(c) $A_1 \wedge \Big(\forall n \in \mathbb{N}\ \big((A_n \vee A_{n+1}) \Rightarrow A_{n+2}\big)\Big)$?

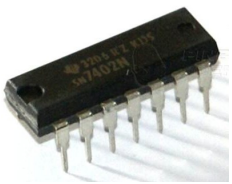
(d) $\forall n \in N\ \Big((\neg A_n) \Rightarrow \big(\exists k \in \mathbb{N}\ ((k < n)\ \wedge\ (\neg A_k))\big)\Big)$?

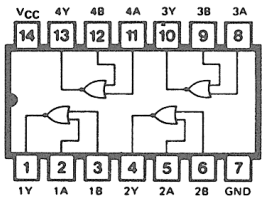
2.5. A logikai áramkörökben minden, adatokat továbbító vezetékdarab potenciálja vagy a (mondjuk) +5V-os táphoz vagy 0V-hoz (föld) van közel. Az előbbi állapot jelenti a logikai igaz vagy 1 értéket, az utóbbi a logikai hamis, illetve 0 értéket. A logikai kapuk (`https://en.wikipedia.org/wiki/Logic_gate`) olyan áramköri modulok, amelyek a bemenetek állapotától függően a kimenetet a megfelelő állapotba állítják. Mindegyik vezeték egy logikai kapu kimenetét köti össze egy vagy több logikai kapu bemeneteivel (kivéve pl. az ú.n. nyitott kollektorú kapukat). Ebben a táblázatban a legfontosabb kapuk jelöléseit és igazságtábláit gyűjtöttem össze. A és B a kapu bemenete, Q a kimenete. Ezek mintájára léteznek 2-nél több bemenetű OR, NOR, AND és NAND kapuk is.

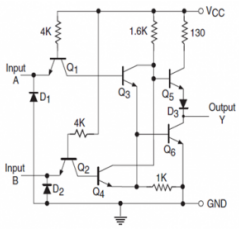


Buffer		NOT		AND			NAND			OR			NOR			XOR			XNOR		
A	Q	A	Q	A	B	Q	A	B	Q	A	B	Q	A	B	Q	A	B	Q	A	B	Q
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0
				1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0
				1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1

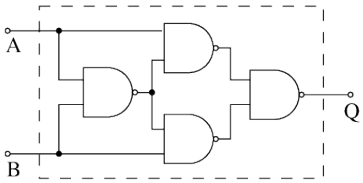
A képen a Texas Instruments SN7402N integrált áramköre látható, ami 4 független TTL NOR logikai kaput tartalmaz.



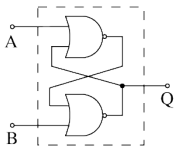




Milyen műveletet valósít meg az ábrán látható kapcsolás?



2.6. Hogyan viselkedik az ábrán látható kapcsolás?



Házi feladatok

2.7. Igaz vagy hamis?

(a) Ez a mondat hamis.
(b) Ez a mondat igaz.
(c) Ha ez a mondat igaz, akkor én vagyok a Mikulás.

2.8. Az $A_1, A_2, \ldots$ állítások egy sorozata. Mi következik az alábbi feltételekből?

a) A_2, A_3 igaz, és ha A_n és A_{n+1} igaz, akkor A_{n+2} is igaz.
b) Ha A_n igaz, akkor A_{n+1} is igaz, továbbá A_{2^n} hamis minden n-re.
c) Ha A_n igaz, akkor A_{n-1} is igaz, és A_{10} hamis.
d) Ha A_n hamis, akkor A_{n+1} is hamis, továbbá A_1 igaz.
e) A_1 igaz, és ha A_n hamis, akkor A_{n-1} is hamis.

2.9. Tervezzünk logikai kapuk felhasználával 1-bites összeadóegységet. A gép A, B és C_{in} bemeneteire 0 vagy 1 értéket adva, az S és C_{out} kimeneteken is 0 vagy 1 értékeket ad ki úgy, hogy $2C_{out}+S = A+B+C_{in}$. Az áramkörben minden vezetékdarab egy logikai kapu kimenetét vagy a modul valamelyik bemenetét kösse össze más kapuk bemeneteivel és/vagy az összeadó modul kimenetével.

Beadandó házi feladatok

A teamsben feltöltendő vasárnap (szept. 13.) éjfélig

BE2.1. Kizárólag `a`, `b` és `c` betűkből n hosszú szavakat készítünk.

Hány olyan szó van, amelyben az `a`-betűk száma akkor és csak akkor páros, ha a `b`-betűk száma páratlan?

BE2.2. Hány olyan x eleme van a Logikai Készletnek, amelyhez található a készletnek olyan y eleme, amelyre az alábbi két feltétel mindegyike teljesül?

1. Ha x sima vagy piros, akkor y kicsi négyzet.
2. Ha y kicsi vagy háromszög, akkor x valamilyen sima alakzat.

BE2.3.

„Minden asszony életében jön [van] egy pillanat, mikor olyat akar tenni, amit nem szabad."
(Szenes Iván – Vértes László – Hofi Géza; https://www.youtube.com/watch?v=va1UozD3Gu4)

Írjuk fel a fenti állítást kvantorokkal, negáljuk, majd fogalmazzuk meg a tagadást szövegesen is. (Plusz pontért zenésítsük meg, és adjuk elő, lehetőleg többszólamú háttérvokállal.)

"Édesapám már réges-rég kirúgta volna édesanyámat, (...) annyira borzolta az idegét édesanyám gondolkodásának a módja, a logikának és a rációnak a lenézése, az még csak hagyján, hogy anyám képtelen az olyan jellegű állítások negálására, mint hogy „minden asszony életében van egy olyan pillanat, amikor azt tenné, amit nem szabad", de ez a föladat, ez a kihívás ábszolúte hidegen is hagyja, halálosan nem érdekli, milyen asszony?, mit nem szabad?, és megint viharosan vonogatja a vállát és miákol, míííért, (...)"

Esterházy Péter: Harmonia caelestis

Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

A teamsben feltölthető szept. 27. éjfélig

PM2.1. Legyen $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ egy n-változós logikai függvény. Bizonyítsuk be, hogy az $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ függvény akkor és csak akkor írható fel csupán a változójelek, zárójelek és az implikáció művelet ($\Rightarrow$) felhasználásával, ha

$$\exists k \in \{1, 2, \ldots, n\} \left(\forall x_1, \ldots, x_n \left(x_k \Rightarrow f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\right)\right).$$