12. Valós analízis gyakorlat, 2020. október 20.

12.1. Legyen $x_1 = 1$, $x_{n+1} = \sqrt{x_n + 2}$. Igazoljuk, hogy
(a) Az sorozat monoton nő;
(b) A sorozat korlátos;
(c) A sorozat határértéke csak a 2 lehet.

12.2. Legyen $x_1 = 1$, $x_{n+1} = \dfrac{6}{5 - x_n}$. $\lim x_n = ?$

12.3.

$$\lim \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^n = ? \qquad \lim \left(\sqrt{n^2+1} - n\right)^n = ?$$

12.4. Ellenőrizzük a Cauchy-kritériumot az $(-1)^n$ és a $(-1)^n/\sqrt{n}$ sorozatokra.

12.5. Bizonyítsd be, hogy torlódási pontok torlódási pontja torlódási pont, avagy, ha c torlódási pontja a (b_k) számsorozatnak, és (b_n) minden eleme torlódási pontja az (a_n) sorozatnak, akkor c torlódási pontja (a_n)-nek.

12.6. Bizonyítsuk be a Bolzano-Weierstrass tételt intervallumfelezéssel.

Házi feladatok

12.7.

$$\lim \sqrt[n^2]{1^2 + 2^n + 3^n + \ldots + n^n} = ? \qquad \lim \sqrt[n]{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}} = ?$$

12.8. Legyen $a_1 = 100$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6}$. Igazold, hogy a sorozat monoton és korlátos. Mi lehet a határértéke?

12.9.

$$\lim \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n-4} = ?$$

Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

A Teamsben feltölthető nov. 8. éjfélig

PM12.1. Vezesd le a Cauchy-kritérium elégségességét az 1-dimenziós Helly-tételből.