9. Fourier Analízis gyakorlat, 2021. április 16.

9.1. Gondoljuk meg, hogy a $\mathcal{S}(\mathbb{R})$ Schwartz-tér vektortér, zárt a pontonkénti szorzásra, a konvolúcióra és a polinommal szorzásra is.

9.2. Igazoljuk, hogy ha $f, g \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$, akkor

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\widehat{g}(x)\,\mathrm{d}x \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{f}(y)g(y)\,\mathrm{d}y$$

és

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\overline{g(x)}\,\mathrm{d}x \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{f}(\xi)\overline{\widehat{g}(\xi)}\mathrm{d}\xi.$$

9.3. Legyen

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{1-x^2}} & \text{ha } |x| < 1 \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Keressünk felső becsést arra, hogy $\widehat{f}(\xi)$ milyen gyorsan tart 0-hoz.

9.4. Olvassuk el a Schweitzer 2020/6 feladatra adott megoldást itt:
https://artofproblemsolving.com/community/c7h2360607p19214326

Beadandó házi feladat

A Teamsben feltöltendő április 15-ig

BE-9. Számoljuk ki az inverziós formulát sátortetőfüggvény helyett haranggörbével: ha $f \in L_1(\mathbb{R})$, és 0 Lebesgue-pontja f-nek, akkor

$$f(0) = \lim_{a\to 0} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{f}(\xi) \cdot e^{-a\xi^2}\mathrm{d}\xi.$$