

## 2. Komplex függvénytan gyakorlat, 2022. szeptember 23.

2.1. Ábrázoljuk  $\log(1+i)$  és  $(1-i)^i$  értékeit.

2.2. Tekintsük a logaritmusfüggvénynek azt a  $\mathbb{C} \setminus \{x+iy : x \geq 0, y = \sin x\}$  tartományon holomorf ágát, amelyre  $\log 1 = 0$ . Erre a log függvényre  $\log(e^{3/2}) = ?$

2.3. Oldjuk meg a  $\sin z = \frac{5}{3}$  egyenletet.

2.4. Mi a komplex tangens függvény értékkészlete?

2.5. Milyen nagy a kotangensfüggvény a  $\operatorname{Re} z = \frac{\pi}{2}$  egyenesen?

2.6. Hova képezi a komplex koszinuszfüggvény

- (a) a  $[0, \pi/2]$  szakaszt?
- (b) A képzetes tengely pozitív felét?
- (c) A  $\pi/2$  végpontú, felfelé álló függőleges egyenest?
- (d) A  $0 < \operatorname{Re} z < \pi/2, \operatorname{Im} z > 0$  tartományt?

### Házi feladatok

2.7. Van-e valós értéke  $(-1)^i$ -nek?

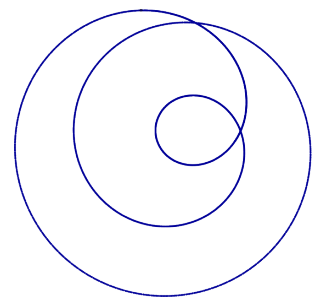
2.8. Fejazzük ki az arccos függvényt a komplex logaritmus és négyzetgyök segítségével.

2.9. Ábrázoljuk a következő halmast:

$$\left\{ \operatorname{tg} z : 0 < \operatorname{Re} z < \frac{\pi}{2}, \operatorname{Im} z < 0 \right\}$$

**Szorgalmi (Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladatok, írásban beadható okt. 16-ig**

**PM 2.1.** Legyen  $f$  olyan polinom, amire igaz az, hogy  $f'$  gyökei az egységkör belsejében vannak. Bizonyítsuk be, hogy az egységkörvonal  $f$  szerinti képe mindig balfelé kanyarodik, azaz bármely valós  $t$ -re  $\left( \arg \left( (f(e^{it}))' \right) \right)' > 0$ .



**PM 2.2.** Az ábrán látható tartományon a  $f(z) = \sqrt[3]{\cos z}$  függvény értelmezhető úgy, hogy  $f$  folytonos, és  $f(0) = 1$ . Mennyi  $f(-\pi)$ ?

