8. Valós analízis gyakorlat, 2023. október 9. 16^{05}–17^{39}

8.1. Legyen $(a_1, a_1, \ldots)$ és $(b_1, b_2, \ldots)$ két, nemnegatív számokból álló sorozat. Rakjuk sorba nagyság szerint:

$\underline{\lim}\, a_n + \underline{\lim}\, b_n$; $\underline{\lim}\, a_n + \overline{\lim}\, b_n$; $\overline{\lim}\, a_n + \overline{\lim}\, b_n$; $\overline{\lim}\, a_n + \underline{\lim}\, b_n$; $\underline{\lim}(a_n + b_n)$; $\overline{\lim}(a_n + b_n)$

Mutassunk példát, amikor ezek mind különbözők.

8.2. Ellenőrizzük a Cauchy-kritériumot az $(-1)^n$ és a $(-1)^n/\sqrt{n}$ sorozatokra.

8.3. Számítsuk ki a következő sorozatok határértékét.

$$\sqrt[n]{4^n + n^4} \qquad \sqrt[n]{\frac{5^n + 2^n}{4^n + 3^n}} \qquad \sqrt[3]{n^3 + n^2 + 2} - \sqrt[3]{n^3 - n + 1} \qquad \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt[2n]{(2n)!}} \qquad \frac{n!}{n^n} \qquad \frac{n^n}{(2n)!} \qquad n - \ln(n!)$$

Házi feladatok

8.4. Számítsuk ki a következő sorozatok határértékét.

$$\sqrt{\frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n} + 1}{\sqrt{n} - \sqrt[3]{n} - 1}} \qquad \left(\frac{\sqrt{n} + 1}{2\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n}} \qquad \frac{\ln(n!)}{n} - \ln n$$

8.5. Tanuljuk meg a görög betűket.

A α alfa	H η éta	N ν nű	T τ tau
B β béta	Θ ϑ (ϑ) théta	Ξ ξ kszí	Υ υ üpszilon
Γ γ gamma	I ι ióta	O o omikron	Φ φ (ϕ) fí
Δ δ delta	K $\varkappa$ ($\varkappa$) kappa	Π π (ϖ) pí	X χ khí
E ε (ϵ) epszilon	Λ λ lambda	P ρ (ϱ) ró	Ψ ψ pszí
Z ζ dzéta	M μ mű	Σ σ ς szigma	Ω ω ómega

Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

Beadható okt. 28-ig

PM8.1. Vezesd le a Cauchy-kritérium elégségességét az 1-dimenziós Helly-tételből.