

16. Valós analízis gyakorlat, 2023. november 14. 16⁰⁵–17³⁹

16.1. Deriváljuk a következő függvényt. (Ne rendezzük. Ne hozzuk egyszerűbb alakra. Csak deriváljuk.)

$$\frac{(x^2 + \cos x)(2 - \operatorname{cth} x)}{x^3 \operatorname{ar} \operatorname{th} x + 2}$$

16.2. Mutassuk meg, hogy a $x^2 = 4fy$ egyenletű parabola alakú tükör az y -tengellyel párhuzamos egyeneseket a $(0, f)$ fókuszponton keresztül veri vissza.

16.3. A $8x + \cos x$ függvény szig. mon. nő. Mi az inverzének a deriváltja az 1-ben?

16.4. (a) Mutassuk meg, hogy $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$, $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$, $(\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$, $(\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$.

(b) Az inverz függvény differenciálási szabálya segítségével mutassuk meg, hogy

$$(\operatorname{ar} \operatorname{sh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}, \quad \text{és} \quad (\operatorname{ar} \operatorname{ch} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

16.5. Számítsuk ki a Csebisev-polinomok $(T_n(\cos t) = \cos nt$, illetve $U_n(\cos t) \sin t = \sin(n+1)t$) deriváltját az 1-ben. $T'_n(1) = ?$ $U'_n(1) = ?$

Házi feladatok

16.6. Az x^x függvény szig. mon. nő az $[1, \infty)$ intervallumban. Mi az inverzének a deriváltja a 27-ben?

16.7. Mennyi az a , ha

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{ha } x < 0 \\ a + x & \text{ha } x \geq 0 \end{cases}$$

folytonos? Differenciálható-e f ?

16.8. Legyen $f(x) = x \cdot (x+1) \cdots (x+100)$, és legyen $g = f \circ f \circ f$. Számítsuk ki $g'(0)$ értékét.

16.9. (a) Az inverz függvény differenciálási szabálya segítségével mutassuk meg, hogy

$$(\operatorname{ar} \operatorname{th} x)' = \frac{1}{1-x^2} \quad \text{és} \quad (\operatorname{ar} \operatorname{cth} x)' = \frac{1}{1-x^2}.$$

(b) Hogy lehetséges az, hogy $(\operatorname{ar} \operatorname{th} x)' = (\operatorname{ar} \operatorname{cth} x)'$?

Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

Beadható dec. 26-ig

PM16.