

## 17. Valós analízis gyakorlat, 2023. november 20. 16<sup>05</sup>–17<sup>39</sup>

**17.1.** Számítsuk ki a Csebisev-polinomok ( $T_n(\cos t) = \cos nt$ , illetve  $U_n(\cos t) \sin t = \sin(n+1)t$ ) deriváltját az 1-ben.  $T'_n(1) = ?$   $U'_n(1) = ?$

**17.2.** (a) Milyen intervallumokban monoton az  $x^3 - 2x^2 + x - 2$  függvény?  
(b) Határozzuk meg a függvény lokális szélsőérték helyeit.

**17.3.** Egy  $a \times b$  méretű papírból felül nyitott dobozt készítünk úgy, hogy a sarkaiból levágunk egy-egy  $c \times c$ -es négyzetet, és az oldalakat felhajtjuk. Hogyan válasszuk meg a  $c$  értékét, hogy a doboz térfogata a lehető legnagyobb legyen?

**17.4.** A Lagrange-közéértéktételből vezessük le, hogy  $|\arctan x - \arctan y| \leq |x - y|$ .

**17.5.** Legfeljebb hány különböző nullhelye lehet az  $f(x) = e^x - p(x)$  függvénynek, ha  $p(x)$  egy  $n$ -edfokú polinom?

### Házi feladatok

**17.6.** Melyik az egységgömbbe írható maximális térfogatú egyenes körkúp?

**17.7.** Igazoljuk hogy  $0 < x$  esetén

$$\arctan x > \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}.$$

### Szorgalmi (írásban beadható, Pedál Medál Pirospontra beváltható) feladat

Beadható dec. 6-ig

**PM17.** Bizonyítsuk be, hogy ha  $0 < a < 1$ , és  $0 < x < \pi$ , akkor  $\frac{\sin ax}{\sin x} > ae^{\frac{1-a^2}{6}x^2}$ .