

23. Valós analízis gyakorlat, 2023. december 11. 16<sup>05</sup>–17<sup>39</sup>

23.1. Írjunk fel olyan differenciálegyenleteket, amelyeknek megoldásai a következő függvények:

$$Ce^x; \quad C \cos 3x; \quad Ce^{2x} \cos x; \quad Ce^{-3x} \sin 2x$$

23.2. Oldjuk meg az  $f''' = f''$  differenciálegyenletet.

23.3. Vizsgáljuk az

$$f''(t) - 3f'(t) + 2f(t) = 0$$

másodrendű, lineáris differenciálegyenletet.

(a) Milyen  $a$  valós számok esetén megoldás az  $e^{at}$  függvény?

(b) Keressük az általános megoldást  $f(t) = c(t)e^t$  alakban. Írjunk fel differenciálegyenletet  $c(t)$ -re, és oldjuk meg,

23.4. Tegyük fel, hogy az  $f(t)$  függvény megoldása a harmonikus rezgőmozgást leíró

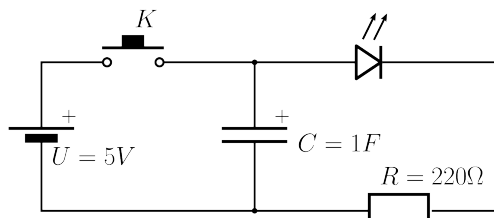
$$f''(t) + f(t) = 0$$

másodrendű, allandó együtthatós, homogén lineáris differenciálegyenletnek.

(a) Mutassuk meg, hogy  $A(t) = f(t) \cos t - f'(t) \sin t$  és  $B(t) = f(t) \sin t + f'(t) \cos t$  is állandó.

(b) Mutassuk meg, hogy  $f(t) = A \cos t + B \sin t$ .

23.5. Egy 5 voltos elemből, egy 1 farádos kondenzátorból, egy piros színű világító diódából (LED) és egy 220 ohmos ellenállásból elkészítettük az ábrán látható kapcsolást.



A  $K$  kapcsoló lenyomásával feltöltjük a kondenzátort, majd a gombot felengedjük. A kondenzátor a LED-en és az ellenálláson keresztül lassan kisül. Közben a LED világít mindaddig, amíg az áramerősség  $5 \text{ mA}$  alá nem csökken. A LED-en a feszültségesés közelítőleg állandó,  $U_d = 1,2 \text{ V}$ . Hány másodpercig világít a LED?

(Ha a kondenzátor pillanatnyi töltése és feszültsége  $Q(t)$ , illetve  $U(t)$ , az áramerősség  $I(t)$ , akkor  $U(0) = 5 \text{ V}$ ,  $Q(t) = C \cdot U(t)$ ,  $Q'(t) = -I(t)$  és  $U(t) = U_d + I(t) \cdot R$ .)