

Valós analízis ZH, 2006. december 11.

1. Ellenőrizd az $\frac{1}{3-x}$ függvény egyenletes folytonosságát az $[1, 2]$ intervallumban; mutass tetszőleges $\varepsilon > 0$ -hoz megfelelő δ -t!

2.

$$\lim \sqrt[n]{n^3 \cdot 2^n + 3^{n-10} + 8} = ?$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - \frac{1}{\sqrt{3x+4}}}{\sqrt[3]{x} + 1} = ?$$

4. Bizonyítsd be, hogy ha (a_n) valós számsorozat és $\frac{a_n}{n} \rightarrow 1$, akkor $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{a_n} \rightarrow e$.

5. Mutasd meg, hogy \mathbb{Q} zárt részhalmazainak számossága kontinuum.

6. Legyen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Igaz-e, hogy ha minden intervallum f szerinti képe intervallum, akkor f folytonos?

7. Legyen A és B két korlátos, zárt halmaz, és $C = A + B = \{a + b : a \in A, b \in B\}$. Bizonyítsd be, hogy C zárt.

Igaz marad-e az állítás, ha nem kötjük ki, hogy A és B korlátos?