Valós analízis gyakorlat, 2009. február 26.

1. Hányszor differenciálható az $|x|^\alpha$ függvény a 0-ban, ha $\alpha > 0$?

2. Legyen a belső pontja $D(f) \subset \mathbb{R}$-nek (azaz $\exists \delta > 0$ $(a-\delta, a+\delta) \subset D(f)$). Melyik állításból következik melyik?

(a) Az f függvény a-ban lokálisan növekedő.
(b) Az f függvény a-ban lokálisan szigorúan növekedő.
(c) $\overline{f'}(a) \geq 0$.
(d) $\underline{f'}(a) \geq 0$.
(e) $\overline{\overline{f'}}(a) \geq 0$.
(f) $\underline{\underline{f'}}(a) \geq 0$.

3. Legyen $D(f) = [0,1]$, $f(x) = x^7(1-x)^9$. Hol tűnik el f'? Mi a függvény minimuma és maximuma?

4. Melyik a gömbbe írható maximális térfogatú henger?

5. Írj fel olyan algebrai differenciálegyenletet, aminek az $y = \log_a x$ függvény megoldása, és nem szerepel benne az x.

6. Konstruálj olyan $[0,1] \to \mathbb{R}$ függvényt, ami folytonosan differenciálható, az $f'^{-1}(0)$ halmaz kontinuum számosságú, de sehol sem sűrű.

Házi feladatok

7. Melyik a gömbbe írható maximális térfogatú körkúp?

8. Legyen a belső pontja $D(f) \subset \mathbb{R}$-nek. Melyik állításból következik melyik?

(a) f-nek a-ban lokális minimuma van.
(b) f-nek a-ban szigorú lokális minimuma van.
(c) $\underline{f'}(a) = 0$.
(d) $\overline{f'_-}(a) \leq 0$ és $\underline{f'_+}(a) \geq 0$.
(e) $\overline{f'_+}(a) \leq 0$ és $\underline{f'_-}(a) \geq 0$.
(f) $\overline{f'_-}(a) < 0$ és $\underline{f'_+}(a) > 0$.
(g) $\overline{f'_+}(a) < 0$ és $\underline{f'_-}(a) > 0$.

9. Írj fel olyan algebrai differenciálegyenletet, aminek az $y = x \cdot \sin x$ függvény megoldása.