

## Valós analízis gyakorlat, 2009. szeptember 17.

1. Mutassuk meg, hogy ha  $\sum a_n$  és  $\sum b_n$  abszolút konvergens, akkor a következő sorok is abszolút konvergenssek:

$$\sum (a_n + b_n) \quad \sum \max(a_n, b_n) \quad \sum \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

2. Mutassuk meg, hogy a  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$  sor önmagával vett Cauchy-szorzata divergens.

3. Szummábilis-e az  $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - + \dots$  sor?

4. Bizonyítsuk be, hogy ha  $\sum a_n$  szummábilis, akkor  $a_n/n \rightarrow 0$ .

### Házi feladatok

5. Mutassunk példát olyan abszolút konvergens  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$  és feltételesen konvergens  $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$  sorokra, amelyek Cauchy-szorzata feltételesen konvergens.

6. Bizonyítsuk be, hogy ha az  $(a_n)$  sorozat monoton és korlátos, akkor  $\sum (-1)^n a_n$  szummábilis.

7. Bizonyítsuk be, hogy ha  $\sum a_n$  szummábilis és  $na_n$  aulról vagy felülről korlátos, akkor  $\sum a_n$  konvergens.