Valós pót- és javító ZH, 2009. december 17.

"C" változat

Mindegyik lapra írjátok rá a neveteket.

Olvashatóan írjatok. Minden feladat legfeljebb 1 pontot ér, de csak akkor, ha el tudom olvasni.

Az íróeszközökön kívül más segédeszköz nem használható. (Szomszéd, mobiltelefon, számológép, szögmérő és szuahéli szótár sem.)

Értékelés:

$$Gy = \min\left(\max\left(\left[\frac{\max(Z_1, Z_2) + P + 0,5}{2}\right], M, 1\right), 5\right)$$

ahol Gy a gyakorlati jegy, Z_1, Z_2 és P a három ZH-n kapott pontszám, M a megajánlott gyakorlati jegy.

1. Milyen c valós számok esetén teljesül a $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-c^n}$ sorra a gyökkritérium?

2. Határozd meg $x^2y^3\log(x^2+y^2)$ értékkészletét az $x^2+y^2 \leq 1$ halmazon.

3. Legyen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ kétszer differenciálható függvény. Igazold, hogy ha tetszőleges pontban

$$\langle f'(x,y,z), (x,y,z)\rangle \geq 0,$$

akkor

$$D_{11}f(0,0,0) + D_{22}f(0,0,0) + D_{33}f(0,0,0) \geq 0.$$

4. (a) Határozd meg azoknak a c valós számoknak a halmazát, amelyekre a $\sum_{n=1}^{\infty}\left(n^c \cdot \cos(nx)\right)$ függvénysor $\mathbb{R}$-en pontonként konvergens.

(b) Határozd meg azoknak a c valós számoknak a halmazát, amelyekre a $\sum_{n=1}^{\infty}\left(n^c \cdot \sin(nx)\right)$ függvénysor $\mathbb{R}$-en egyenletesen konvergens.

5. Határozd meg az $xy = 2$ hiperbola és a $(0,-3)$ pont távolságát a Lagrange-multiplikátor módszerrel.

6. Mutass példát olyan $\varphi : (0,1) \to \mathbb{R}$ függvényre, amire tetszőleges $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ folytonos függvény esetén

$$\int_0^1\int_0^1\int_0^1 f(xyz)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z = \int_0^1 f(t)\varphi(t)\mathrm{d}t.$$