Komplex függvénytan gyakorlat, 2009. november 26.

1. Ellenőrizzük a Schwarz-Christoffel formulát (a) az $0 < \operatorname{Im} z$, $0 < \operatorname{Re} z$ szögtartományra; (b) a bemetszett síkra.

2. Igazoljuk, hogy ha általunk választott A_j-kkel és α_j-kkel írjuk fel a Schwarz-Christoffel formulát úgy, hogy $0 < \alpha_j < \pi$ minden k-re, és $\sum(\pi - \alpha_j) < 2\pi$, akkor a formula a félsíkot egy konvex sokszögbe képezi.

3. Képezzük konform módon a félsíkot egy négyzetre. Hogy helyezkedhet el a négy csúcs ősképe?

4. Legyen $D = \{x + yi : 2x < y^2\}$, és tegyük fel, hogy $f(z)$ a D tartományon reguláris, a D lezártján folytonos, továbbá a határon $\operatorname{Im} f = 0$. Igazoljuk, hogy f analitikusan folytatható a $\mathbb{C} \setminus [1, \infty)$ bemetszett síkra.

Házi feladatok

5. Ellenőrizzük a Schwarz-Christoffel formulát a $0 < \operatorname{Im} z < 1$, $\operatorname{Re} z > 0$ tartományra.

6. Írjunk fel olyan konform leképezést, ami megfelelteti a felső félsíkot egy szabályos háromszög (a) belsejének; (b) külsejének. (A háromszög külsejét kiegészítjük a ∞ ponttal.)

7. A Schwarz-Christoffel formula bizonyításában miért nem lehet $c_1 = 0$?